

Increasing Split

Χρονικό όριο: 1.5 δευτερόλεπτα

Όριο Μνήμης: 1024 MiB

Ο Μπόρις και ο Ίχορ έχουν βρει μία ακολουθία a από N θετικούς ακεραίους, $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$, και θέλουν να τη χωρίσουν μεταξύ τους. Επειδή δεν μπορούν να συμφωνήσουν για το πώς θα γίνει ο διαχωρισμός, σας ζήτησαν να ενεργήσετε ως διαιτητής τους.

Πριν πάρετε οποιαδήποτε απόφαση, σας δείχνουν ολόκληρη την ακολουθία. Στη συνέχεια, επεξεργάζεστε τα στοιχεία της a από αριστερά προς τα δεξιά - πρώτα το a_0 , μετά το a_1 , και ούτω καθεξής μέχρι το a_{N-1} . Καθώς επεξεργάζεστε το κάθε στοιχείο, πρέπει να το δίνετε ακριβώς σε έναν από τους Μπόρις ή Ίχορ.

Και οι δύο επιμένουν ότι τα στοιχεία που παίρνουν πρέπει να σχηματίζουν μία γνησίως αύξουσα ακολουθία με τη σειρά που τα παίρνουν. Δηλαδή, κάθε στοιχείο που δίνετε σε ένα άτομο πρέπει να είναι αυστηρά μεγαλύτερο από το προηγούμενο στοιχείο που δώσατε στο ίδιο άτομο. Το πρώτο στοιχείο που παίρνει ένα άτομο μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή, και υπάρχει περίπτωση ότι ένας από αυτούς μπορεί να μην πάρει καθόλου στοιχεία.

Ο Μπόρις και ο Ίχορ δε συμφωνούν για το πόσα στοιχεία πρέπει να πάρει ο καθένας τους. Επομένως, για κάθε ακέραιο K από 0 έως N , πρέπει να προσδιορίσετε αν είναι δυνατόν να χωρίσετε τα στοιχεία έτσι ώστε ο Μπόρις να πάρει ακριβώς K στοιχεία και οι δύο ακολουθίες που προκύπτουν να είναι γνησίως αύξουσες. Πρέπει να εξετάσετε κάθε τιμή του K ως ανεξάρτητο ερώτημα, που σημαίνει ότι όλες οι $N + 1$ διαδικασίες διαχωρισμού είναι πλήρως ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε ότι $a = [3, 1, 4, 5, 5]$ κι ας εξετάσουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

- για $K = 3$: μπορείτε να δώσετε το $a_0 = 3$ στον Μπόρις, το $a_1 = 1$ στον Ίχορ, το $a_2 = 4$ στον Μπόρις, το $a_3 = 5$ στον Μπόρις και το $a_4 = 5$ στον Ίχορ. Στο τέλος, ο Μπόρις λαμβάνει τα στοιχεία 3, 4 και 5 με αυτή τη σειρά, και ο Ίχορ λαμβάνει τα στοιχεία 1 και 5, με αυτή τη σειρά. Και οι δύο ακολουθίες που προκύπτουν είναι γνησίως αύξουσες και ο Μπόρις έχει λάβει 3 στοιχεία, επομένως το $K = 3$ είναι εφικτό.
- για $K = 0$: ο Μπόρις δε λαμβάνει τίποτα και ο Ίχορ λαμβάνει όλα τα στοιχεία. Η ακολουθία του Ίχορ ξεκινά με τα στοιχεία 3, 1, που δεν είναι γνησίως αύξουσα, επομένως το $K = 0$ είναι αδύνατο.

Σε αυτό το παράδειγμα, οι μόνες δυνατές έγκυρες τιμές του K είναι το 2 και το 3.

Λεπτομέρειες υλοποίησης

Η συνάρτηση που πρέπει να υλοποιήσετε είναι:

```
std::vector<bool> increasing_split(std::vector<int> a)
```

- a : η ακολουθία των αριθμών, μεγέθους N

Η συνάρτηση αυτή πρέπει να επιστρέφει έναν boolean (bool) πίνακα μεγέθους ακριβώς $N + 1$. Το στοιχείο στη θέση i πρέπει να έχει την τιμή `true` αν τα στοιχεία μπορούν να χωριστούν έτσι ώστε ο Μπόρις να λάβει ακριβώς i από αυτά και οι δύο ακολουθίες που προκύπτουν να είναι γνησίως αύξουσες, και `false` σε διαφορετική περίπτωση. Αυτή η συνάρτηση καλείται ακριβώς μία φορά ανά περίπτωση ελέγχου.

Περιορισμοί

- $2 \leq N \leq 4 \cdot 10^5$;
- $1 \leq a_i \leq 10^9$ για κάθε $0 \leq i < N$.

Παραδείγματα

Είσοδος ενδεικτικού βαθμολογητή	Έξοδος ενδεικτικού βαθμολογητή
5 3 1 4 5 5	001100
4 1 2 3 4	11111

Επεξήγηση παραδείγματος 1

Έχουμε $a = [3, 1, 4, 5, 5]$, την ίδια ακολουθία που χρησιμοποιήθηκε παραπάνω στην εκφώνηση. Για κάθε τιμή του K :

- $K = 0$: όπως εξηγήθηκε στην εκφώνηση, δεν υπάρχει έγκυρος διαχωρισμός, επομένως η απάντηση είναι 0,
- $K = 1$: με παρόμοιο τρόπο μπορεί ναδειχθεί ότι δεν υπάρχει έγκυρος διαχωρισμός στον οποίο ο Μπόρις να λαμβάνει ακριβώς ένα στοιχείο, επομένως η απάντηση είναι 0,
- $K = 2$: μπορείτε να δώσετε το $a_1 = 1$ και το $a_4 = 5$ στον Μπόρις, και το $a_0 = 3$, $a_2 = 4$ και $a_3 = 5$ στον Ίχορ. Ο Μπόρις λαμβάνει τα στοιχεία 1 και 5 με αυτή τη σειρά, ο Ίχορ λαμβάνει τα στοιχεία 3, 4 και 5 με αυτή τη σειρά. Και οι δύο ακολουθίες είναι γνησίως αύξουσες, επομένως η απάντηση είναι 1,
- $K = 3$: όπως εξηγήθηκε στην εκφώνηση, υπάρχει έγκυρος διαχωρισμός, επομένως η απάντηση είναι 1,

- $K = 4$ και $K = 5$: δεν υπάρχει έγκυρος διαχωρισμός, επομένως η απάντηση είναι 0.

Επεξήγηση παραδείγματος 2

Έχουμε την $a = [1, 2, 3, 4]$, η οποία είναι ήδη γνησίως αύξουσα. Επομένως, ανεξάρτητα από το πώς χωρίζονται τα στοιχεία μεταξύ του Μπόρις και του Ίχορ, ο καθένας από αυτούς λαμβάνει μία γνησίως αύξουσα ακολουθία. Επομένως, κάθε τιμή του K από 0 έως 4 είναι εφικτή.

Υποπροβλήματα

Υποπρόβλημα	Πόντοι	N	Επιπρόσθετοι περιορισμοί
0	0	–	Τα παραδείγματα.
1	10	$N \leq 18$	–
2	5	$N \leq 4 \cdot 10^5$	$a_i \leq a_{i+1}$ για κάθε $0 \leq i < N - 1$.
3	5	$N \leq 4 \cdot 10^5$	$a_0 \geq \max(a_1, a_2, \dots, a_{N-1})$.
4	16	$N \leq 4 \cdot 10^5$	Η a είναι μία μετάθεση όλων των ακεραίων από το 1 έως το N . Για κάθε δείκτη $0 \leq i < N - 1$ τέτοιον ώστε $a_i < a_{i+1}$, το πρόθεμα $a_0, a_1, \dots, a_i$ είναι μία μετάθεση όλων των ακεραίων από το 1 έως το $i + 1$.
5	21	$N \leq 5\,000$	Η a είναι μία μετάθεση όλων των ακεραίων από το 1 έως το N . Για κάθε δείκτη $0 \leq i < N - 1$ τέτοιον ώστε $\max(a_0, a_1, \dots, a_i) < a_{i+1}$, το πρόθεμα $a_0, a_1, \dots, a_i$ είναι μία μετάθεση όλων των ακεραίων από το 1 έως το $i + 1$.
6	17	$N \leq 4 \cdot 10^5$	Η a είναι μία μετάθεση όλων των ακεραίων από το 1 έως το N . Για κάθε δείκτη $0 \leq i < N - 1$ τέτοιον ώστε $\max(a_0, a_1, \dots, a_i) < a_{i+1}$, το πρόθεμα $a_0, a_1, \dots, a_i$ είναι μία μετάθεση όλων των ακεραίων από το 1 έως το $i + 1$.
7	16	$N \leq 5\,000$	–
8	10	$N \leq 4 \cdot 10^5$	–

Ενδεικτικός βαθμολογητής

Η μορφή της εισόδου είναι η εξής:

- γραμμή 1: ένας ακέραιος – η τιμή του N ,
- γραμμή 2: N ακέραιοι $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$ – τα στοιχεία της ακολουθίας.

Αν ο πίνακας που επιστρέφεται δεν έχει μέγεθος $N + 1$, ο ενδεικτικός βαθμολογητής θα εμφανίσει την απόφαση WA: Returned array does not have size N+1. Διαφορετικά, η μορφή της εξόδου είναι η εξής:

- γραμμή 1: μία δυαδική συμβολοσειρά (string) μήκους $N + 1$. Ο χαρακτήρας της στη θέση i είναι 1 αν το $K = i$ είναι εφικτό, και 0 διαφορετικά.