

# Increasing Split

Time limit: 1.5 seconds

Memory limit: 1024 MiB

Борис и Игорь нашли последовательность  $a$  из  $N$  положительных целых чисел,  $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$ , и хотят распределить её между собой. Не сумев договориться о распределении, они попросили вас выступить в качестве арбитра.

Прежде чем принять какие-либо решения, вам показывается вся последовательность. Затем вы обрабатываете элементы  $a$  слева направо – сначала  $a_0$ , затем  $a_1$  и так далее до  $a_{N-1}$ . При обработке каждого элемента вы должны отдать его ровно одному из них – Борису или Игорю.

Каждый из них настаивает на том, что полученные им элементы должны образовывать строго возрастающую последовательность в порядке их получения. То есть каждый элемент, который вы даёте человеку, должен быть строго больше предыдущего элемента, который вы дали этому же человеку. Первый элемент, который получает человек, может иметь любое значение, и возможно, что один из них может не получить никаких элементов вообще.

Борис и Игорь также не могут договориться о том, сколько элементов должен получить каждый из них. Поэтому для каждого целого числа  $K$  от 0 до  $N$  вы должны определить, возможно ли распределить элементы так, чтобы Борис получил ровно  $K$  элементов и обе полученные последовательности были строго возрастающими. Каждое значение  $K$  следует рассматривать как отдельный независимый случай: для разных значений  $K$  распределения элементов могут быть совершенно разными.

Например, пусть  $a = [3, 1, 4, 5, 5]$  и рассмотрим следующие случаи:

- для  $K = 3$ : вы можете дать  $a_0 = 3$  Борису,  $a_1 = 1$  Игорю,  $a_2 = 4$  Борису,  $a_3 = 5$  Борису и  $a_4 = 5$  Игорю. В итоге Борис получает 3, 4 и 5 в таком порядке, а Игорь получает 1 и 5 в таком порядке. Обе полученные последовательности строго возрастают и Борис получил 3 элемента, поэтому  $K = 3$  возможно.
- для  $K = 0$ : Борис не получает ничего, а Игорь получает всё. Последовательность Игоря начинается с 3, 1, что не является строго возрастающей, поэтому  $K = 0$  невозможно.

Для этого примера единственные допустимые значения для  $K$  — это 2 и 3.

## Implementation details

Функция, которую вы должны реализовать:

```
std::vector<bool> increasing_split(std::vector<int> a)
```

- $a$ : массив размера  $N$ , последовательность чисел;

Эта функция должна вернуть последовательность из булевых элементов размером ровно  $N + 1$ . Элемент с индексом  $i$  должен быть `true`, если элементы можно распределить так, чтобы Борис получил ровно  $i$  из них и обе получившиеся последовательности были строго возрастающими, и `false` в противном случае. Эта функция вызывается ровно один раз для каждого теста.

## Constraints

- $2 \leq N \leq 4 \cdot 10^5$ ;
- $1 \leq a_i \leq 10^9$  для каждого  $0 \leq i < N$ .

## Examples

| Sample grader input | Sample grader output |
|---------------------|----------------------|
| 5<br>3 1 4 5 5      | 001100               |
| 4<br>1 2 3 4        | 11111                |

### Explanation of example 1

Дана последовательность  $a = [3, 1, 4, 5, 5]$ , которая также использовалась выше в условии задачи. Для каждого значения  $K$ :

- $K = 0$ : как показано в условии, не существует корректного распределения, поэтому ответ 0;
- $K = 1$ : можно аналогичным образом показать, что не существует допустимого распределения, при котором Борис получает ровно один элемент, поэтому ответ равен 0;
- $K = 2$ : вы можете дать  $a_1 = 1$  и  $a_4 = 5$  Борису, а  $a_0 = 3$ ,  $a_2 = 4$  и  $a_3 = 5$  Игорю. Борис получает 1 и 5 в этом порядке, Игорь получает 3, 4 и 5 в этом порядке; обе последовательности строго возрастают, поэтому ответ 1;
- $K = 3$ : как показано в условии, существует корректное распределение, поэтому ответ 1;

- $K = 4$  и  $K = 5$ : не существует корректного распределения, поэтому ответ 0.

## Explanation of example 2

У нас есть  $a = [1, 2, 3, 4]$ , которая уже строго возрастает. Поэтому, независимо от того, как элементы распределяются между Борисом и Игорем, каждый из них получает строго возрастающую последовательность. Следовательно, каждое значение  $K$  от 0 до 4 возможно.

## Subtasks

| Subtask | Points | $N$                   | Additional constraints                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------|--------|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0       | 0      | –                     | Примеры.                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 1       | 10     | $N \leq 18$           | –                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 2       | 5      | $N \leq 4 \cdot 10^5$ | $a_i \leq a_{i+1}$ для каждого $0 \leq i < N - 1$ .                                                                                                                                                                                                                         |
| 3       | 5      | $N \leq 4 \cdot 10^5$ | $a_0 \geq \max(a_1, a_2, \dots, a_{N-1})$ .                                                                                                                                                                                                                                 |
| 4       | 16     | $N \leq 4 \cdot 10^5$ | $a$ является перестановкой всех целых чисел со значениями от 1 до $N$ . Для каждого индекса $0 \leq i < N - 1$ , такого что $a_i < a_{i+1}$ , префикс $a_0, a_1, \dots, a_i$ является перестановкой всех целых чисел со значениями от 1 до $i + 1$ .                        |
| 5       | 21     | $N \leq 5\,000$       | $a$ является перестановкой всех целых чисел со значениями от 1 до $N$ . Для каждого индекса $0 \leq i < N - 1$ , такого что $\max(a_0, a_1, \dots, a_i) < a_{i+1}$ , префикс $a_0, a_1, \dots, a_i$ является перестановкой всех целых чисел со значениями от 1 до $i + 1$ . |
| 6       | 17     | $N \leq 4 \cdot 10^5$ | $a$ является перестановкой всех целых чисел со значениями от 1 до $N$ . Для каждого индекса $0 \leq i < N - 1$ , такого что $\max(a_0, a_1, \dots, a_i) < a_{i+1}$ , префикс $a_0, a_1, \dots, a_i$ является перестановкой всех целых чисел со значениями от 1 до $i + 1$ . |
| 7       | 16     | $N \leq 5\,000$       | –                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 8       | 10     | $N \leq 4 \cdot 10^5$ | –                                                                                                                                                                                                                                                                           |

## Sample grader

Формат входных данных следующий:

- строка 1: одно целое число – значение  $N$ ;
- строка 2:  $N$  целых чисел  $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$  – элементы последовательности.

Если возвращённый вектор не имеет размера  $N + 1$ , грайдер для проверки выведет вердикт WA: Returned array does not have size N+1. Иначе формат вывода следующий:

- строка 1: двоичная строка длины  $N + 1$ . Её символ с индексом  $i$  равен 1, если ответ для  $K = i$  возможен, и 0 в противном случае.